2010/7/3

科学先取り岡山コース

りょうし　りきがく

量子力学入門 2

Quantum Mechanics

大学院自然科学研究科
（理学部物理学科）

岡田　耕三

量子力学入門 1
2009/10/31
科学先取り岡山コース

前回の概要

- 古典力学
古典電磁気学 ⇒ 原子の安定性を
説明できない

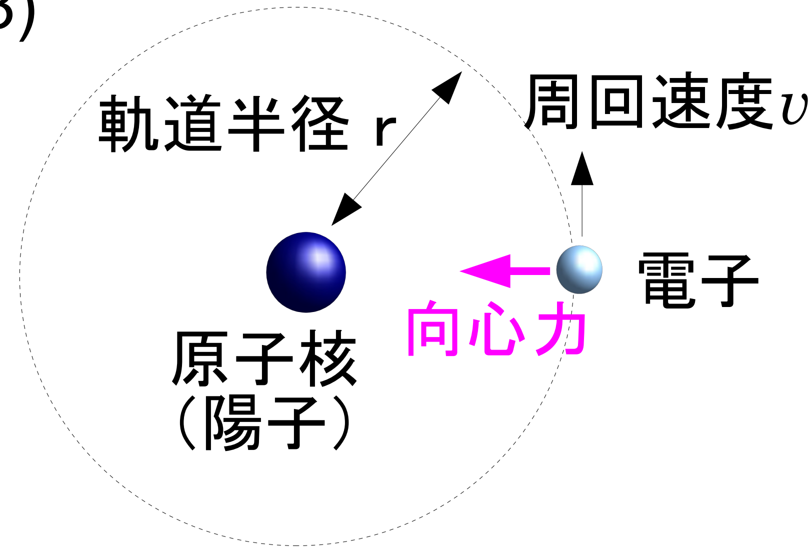
- ボーアの原子模型

（１） 量子化条件
（２） 定常状態 ⇒ 古典電磁力学
を超えた仮説

何を意味するのか？

ボーアの原子模型 (1913)

N. Bohr
(1885-1962)



円軌道の条件

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \quad \cdots ①$$

仮定1　量子化条件

角運動量 $L\,(=mrv)$ はある定数の整数倍の値を取る

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \qquad h = 6.6\times10^{-34}\,[\mathrm{J\cdot s}]$$

プランク定数

$$\boxed{L = mrv = n\hbar} \quad \cdots ②$$

$$n = 1, 2, 3, \cdots$$

(注)角運動量 = 回転運動の「強さ」の指標

仮定2　定常状態

量子化条件を満足する限り，電子は光を吸収・放出しない

内容

前回

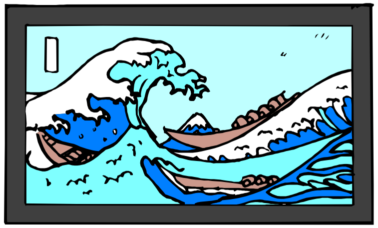
1. ラプラスの悪魔
2. はかない命
3. 掟破り

今回

4. 波と粒
5. 猫は生きているか
6. 不確かさ
7. 閉じ込めると おとなしくなるか
8. シュールな姿
9. 投げつけられたボール

2008年度
講義『中学生に分かる微積分学』
--- おさらい編 ---

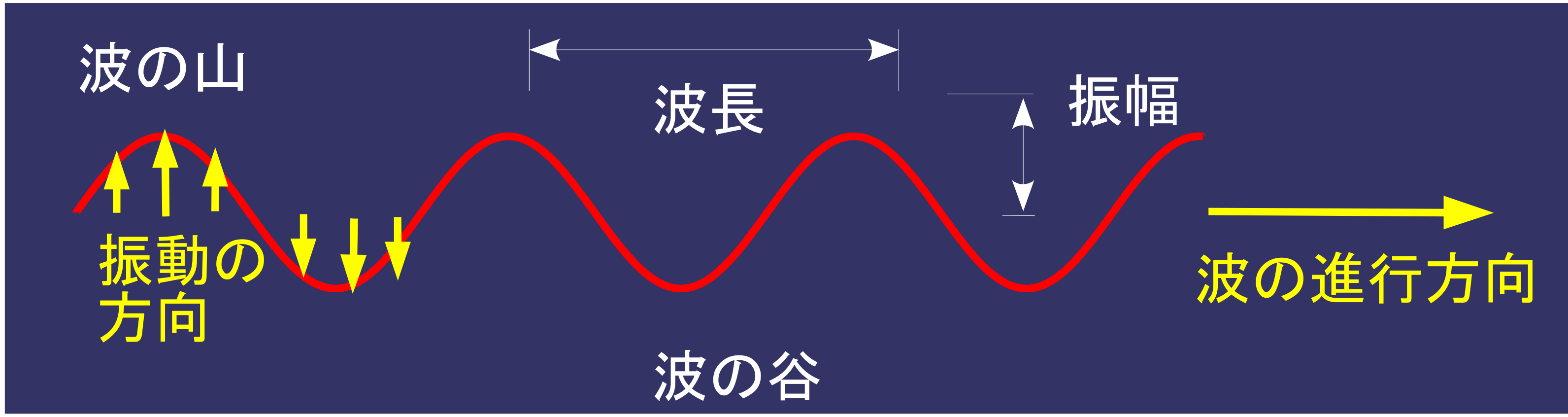
高校物理



4. 波と粒

横波

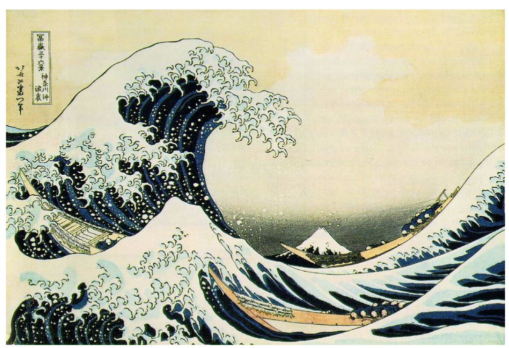
波の振動の方向が進行方向と直角



1秒間に振動する回数 = 振動数（周波数）

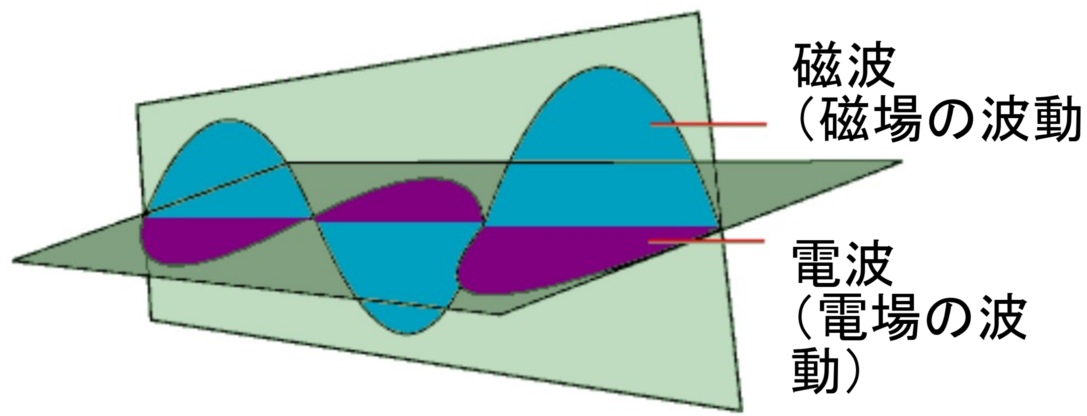
例：地震波（S波）

水面の波



弦の振動

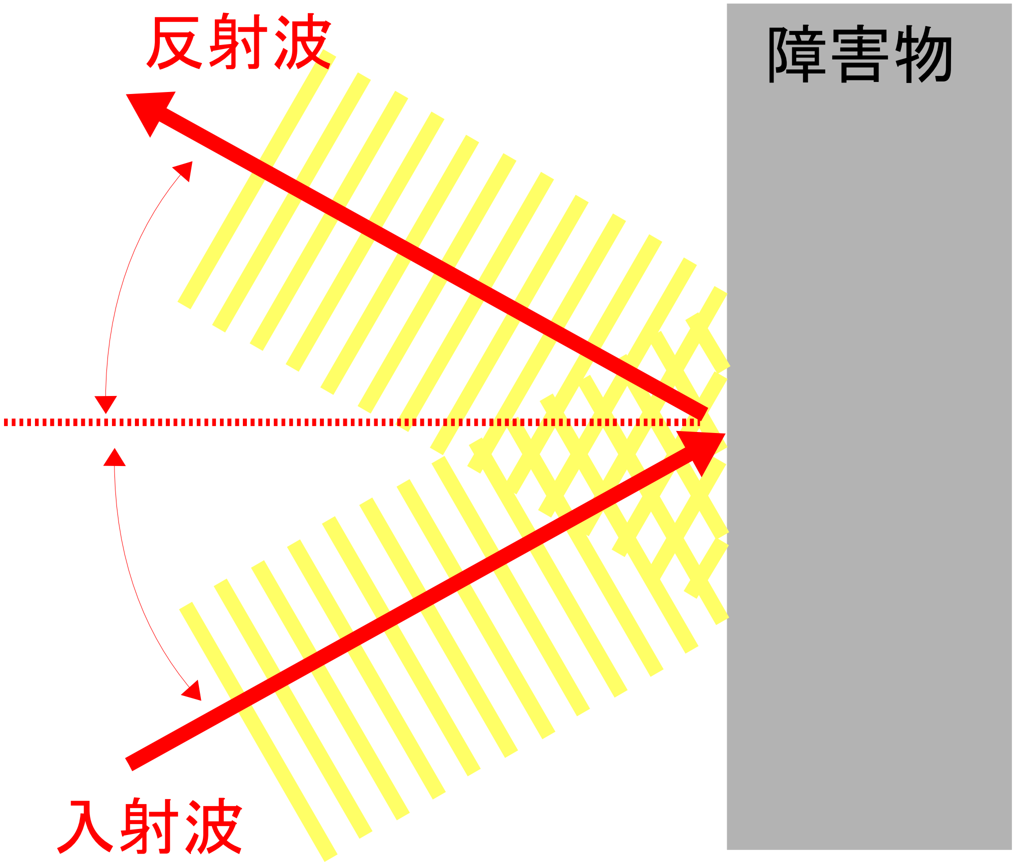
電磁波（概念図）



波の性質

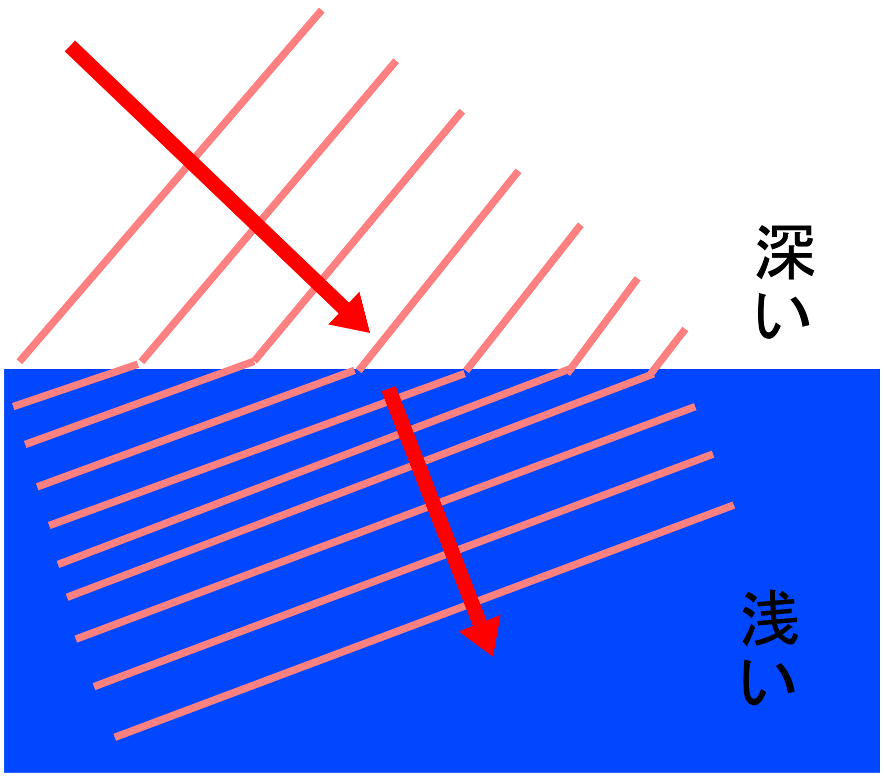
水面上で、長い棒を横にして上下させ、波立たせる。

(1) 波の反射



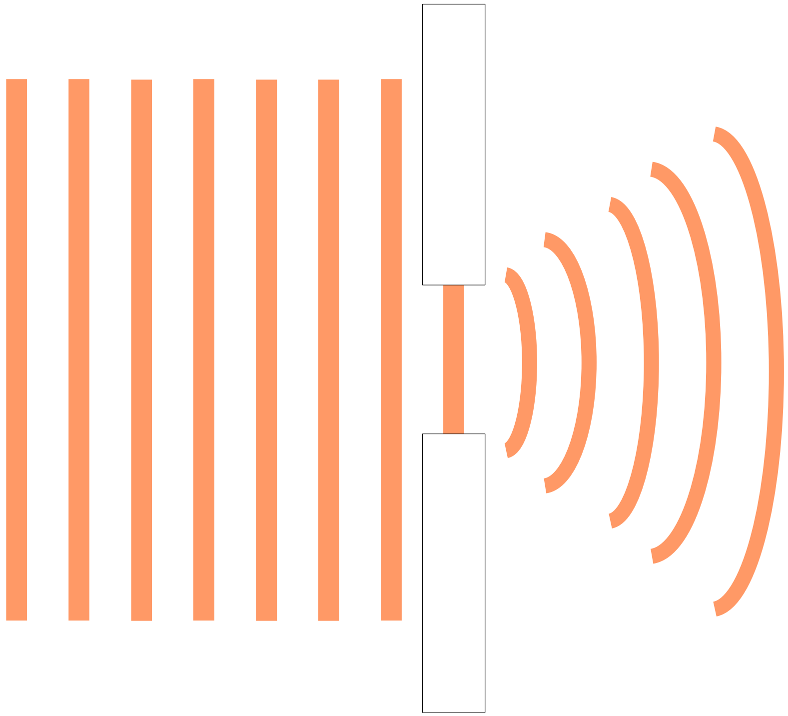
入射角と反射角が同じ。

(2) 波の屈折



水深が浅いと
波の速度は遅いため。

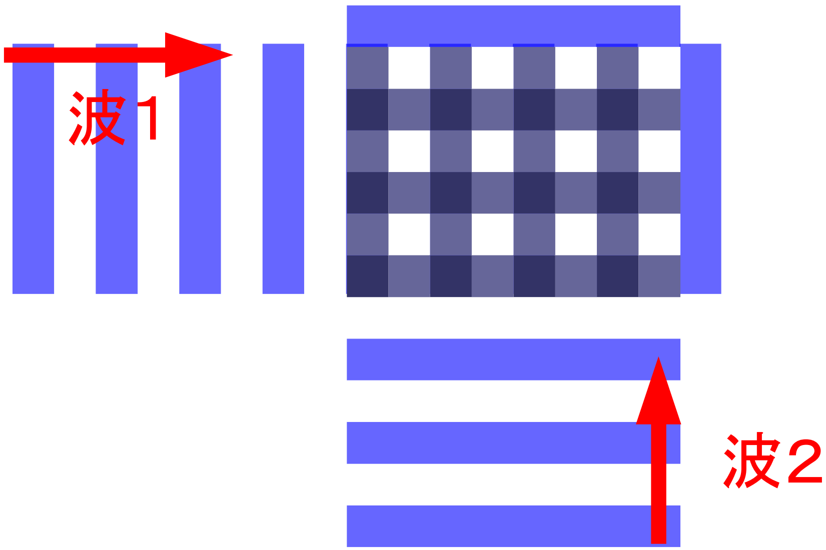
(3) 波の回折



障害物があると、波は若干まわり込むようにして進行する。

(4) 波の干渉

波と波が衝突し、波の山と山、谷と谷が重なり合い、波の振幅が大きくなること、あるいは、山と谷が重なることにより、波の振幅が相殺されてしまうこと。



水面の波紋
ギターの弦の振動
地震波
etc.

→ 振動している実体は明らか

光を伝える媒質は何か？

↓

光の粒子説・波動説の対立

アリストテレス(BC384-322)の頃

四元素仮説

地上の物質は地、水、火、空気(風)の4元素の組み合わせにより作られる。

天体は、第5元素である**「エーテル」**(ギリシャ語:燃える)によって作られる。

「エーテル」は宇宙に充満する聖なる天上の物質で、星や太陽など燃える天体の素である。

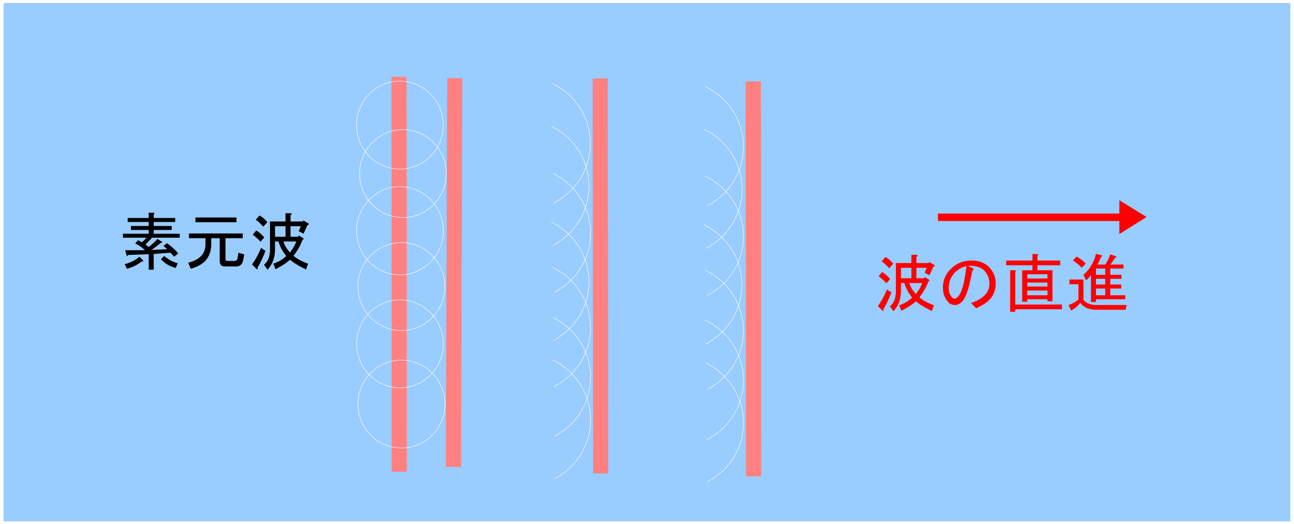
この「エーテル」の概念は、20世紀に至るまで、重要な意味を持ち続けた。

(注) この「エーテル」はジエチルエーテル($C_4H_{10}O$)のことではない。

ホイヘンス 1629～1695 （オランダ）

光とはエーテル中の衝撃波、または脈動が一つに連なったもの。
エーテルとは微細な粒子がぎっしりつまっている均質な媒体。

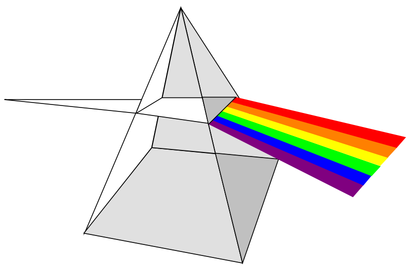
光を出す物体はこの微細粒子に衝撃を与え、その衝撃が隣り合った粒子に次々伝わる。光の直進、反射、屈折の説明に成功。

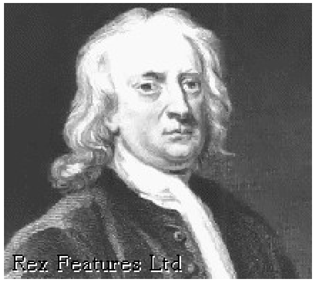


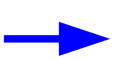
（注） 実際には、波動についてのホイヘンスの考えは、
衝撃波というパルス説に止り、本当の意味での振動説ではない。
（振動数、波長、周期といった観念は全く持っていなかった。）

1678年 フランスの科学アカデミーに於いて発表
1690年 『光についての論考』を出版

ニュートン　(1642～1727)







”スペクトル”

1666年　光の分散の実験

プリズムにより白色光が多数の色に分解。(分散)
それらをプリズムで合成すると白色光にもどる。
分解された単色光をさらに分解することはできない。

(注)　それまでは、光の色はプリズムそれ自体によって作り出されるとされていた。

1704年『光学』出版

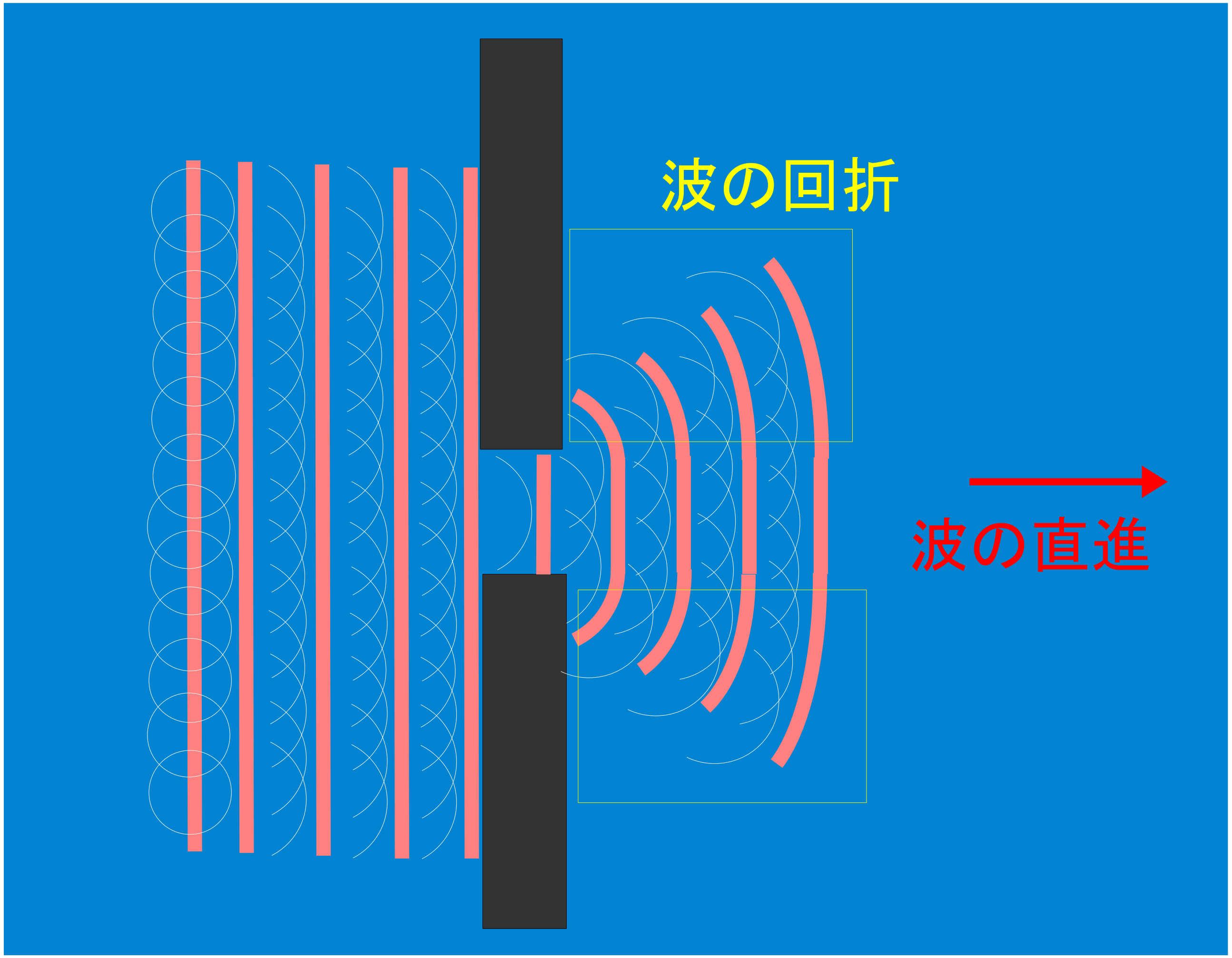
第一巻:　幾何光学、光の分散について詳述。
光は微細粒子からできており、他の物体で遮蔽されたときに、はっきりした影を生じる。

第二巻:　「ニュートン・リング」、光の干渉。
→　光の周期性を証明。

第三巻:　光の回折を議論。波動説も援用。

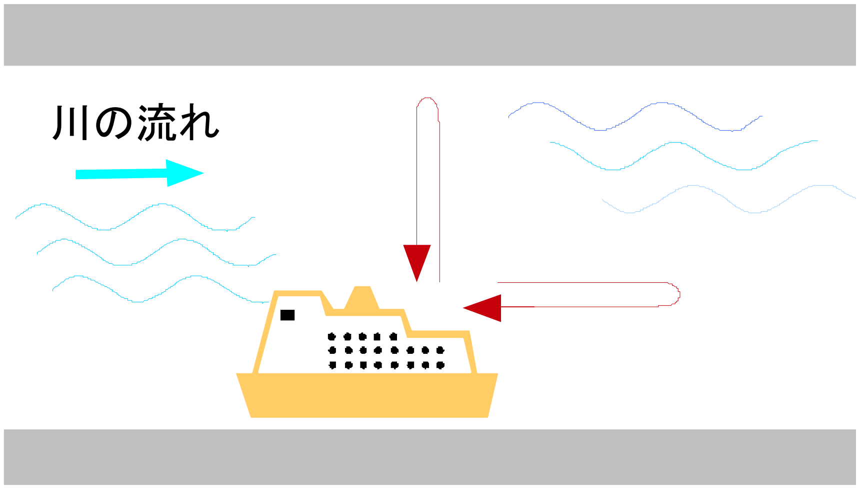
視覚　→　光の粒子が目に当たり、振動させる

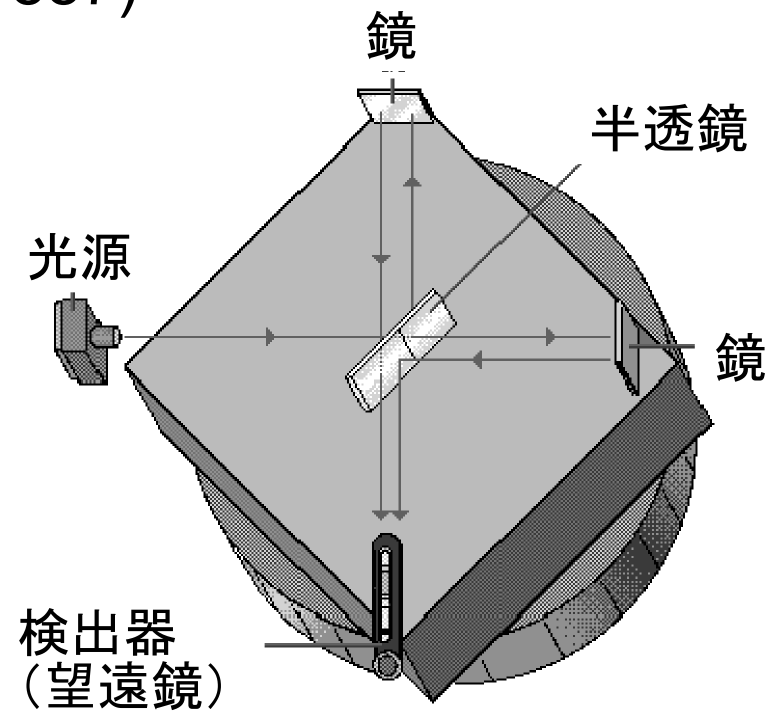
ホイヘンスの原理（波動説）に基づく回折の説明



粒子説では、回折（障害物の影の部分にまで光が届き得ること）を合理的に説明できない。

マイケルソン・モーリーの実験 (1887)



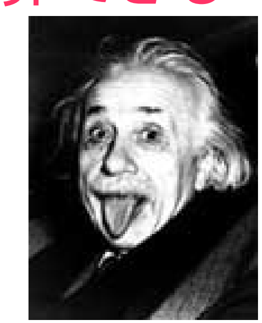


・川の流れに沿った航路
・川を横断するの航路

往復に要する時間の差から、川の流れの速さを逆算できる

応用:エーテルの海を運動する地球の相対速度を計算できる

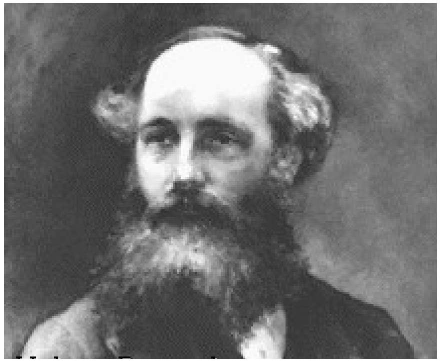
結果は相対速度がゼロ！
つまり、光速30万[km/s]の値は観測者の運動の状態によらない。



特殊相対性理論
（1905）

媒質「エーテル」は存在しない。

古典電磁気学の大成



マックスウェル(1831-79)の方程式

（1）ガウスの法則（電場、磁場）
（2）ファラデーの電磁誘導の法則
（3）アンペール・マックスウェルの法則

例:
磁石間の力
発電機
モーター

理論物理の真骨頂！

マックスウェル → 電磁波の存在を予言。

ヘルツ (1857～94) → 電磁波を発生させることに成功 (1888)。

電磁波の進行速度が、それ以前に測定されていた光（可視光）の速度(秒速30万km)と同じであったことから、光の正体は電磁波であるとされる。

波動説が圧倒的に優勢！

光は波か粒子か？

粒子説、波動説の長所、短所

	波動説	粒子説
光の直進性、反射	◎	◎
光の屈折、回折	◎	×
色の分散	◎	×
媒質「エーテル」	×（不明）	◎（不要）

優劣つけがたい！？

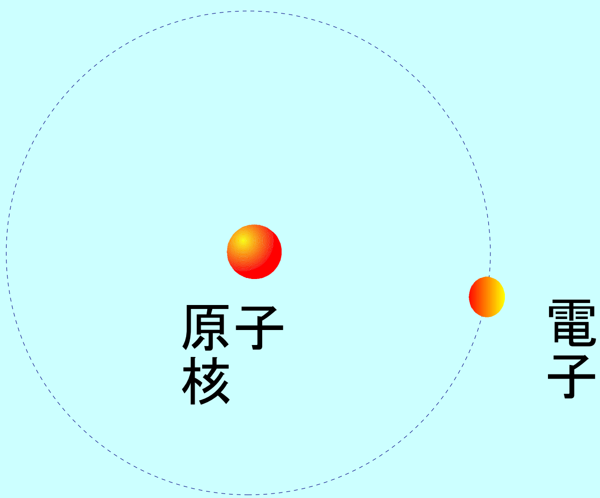
原子模型の破綻

電子などが加速度運動をすると，電磁波を放出する。
（古典電磁気学の重要な結論）

→ ヘルツによる無線通信の実証

アンテナに交流電流を流す
＝ 電子を加速度運動させる

ラザフォードの原子模型



原子核を周回する電子

↓

常に力を受けて，進行方向が変化している。
（加速度運動）

大問題！

電子は光を発しながら落ちていき、原子核と衝突する。

寿命は10^{-8}秒以下。

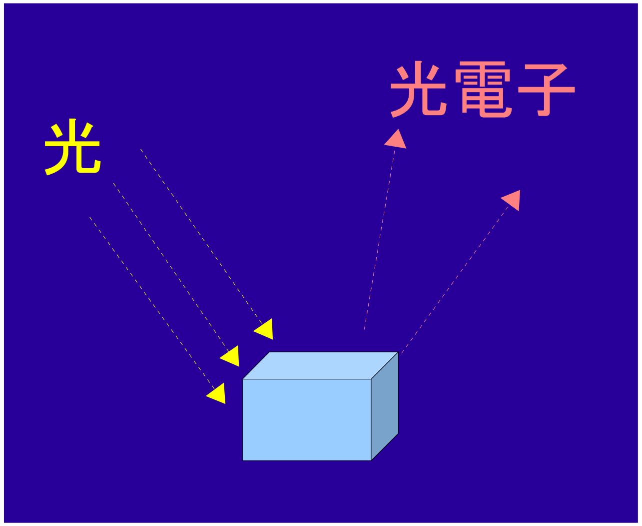
古典電磁気学では原子の安定性をまったく説明することが出来ない。

光電効果の問題

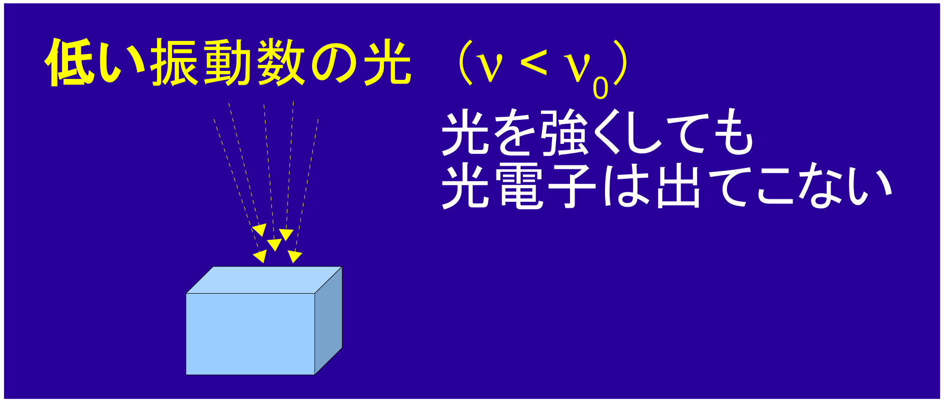
光電効果の発見（1887年頃）--- ヘルツ

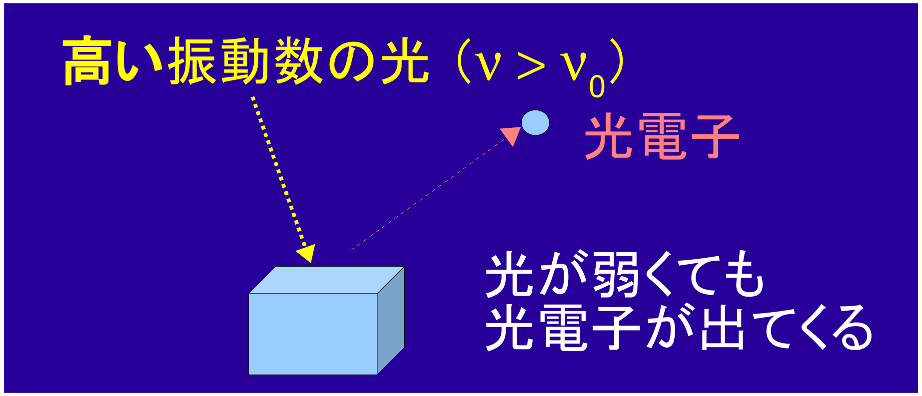
金属などの物質に光を当てると、その物質から電子が飛び出てくることがある。

飛び出た電子のことを光電子と呼ぶ。



（実験事実）光電子が出てくるかどうかは照射する光の振動数 ν に強く依存する。



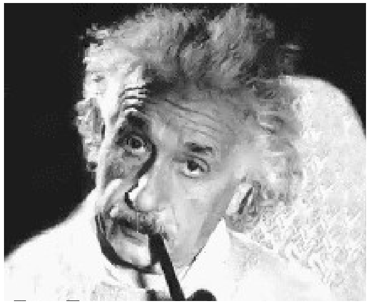


（注）ν：（ヌー）
ローマ字のn

古典電磁気学では説明ができない！

古典力学では、光電子が出てくるかどうかは、照射された光線のエネルギー密度だけで決まる。

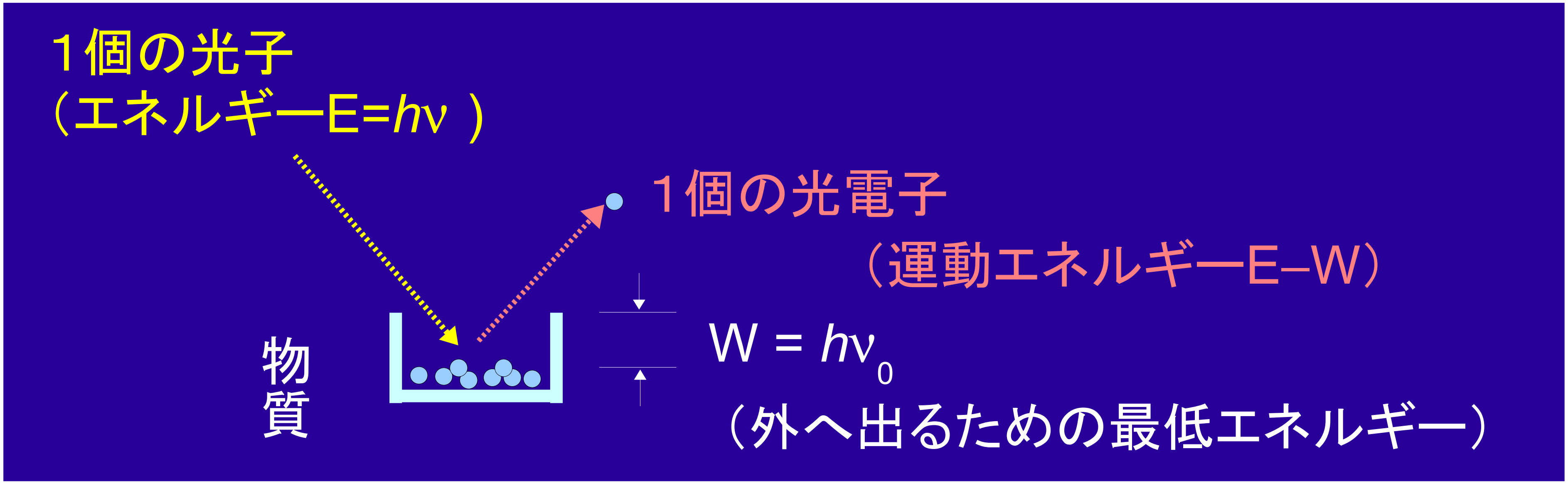
アインシュタインによる光量子仮説 (1905)



振動数がνである光線は、$E = h\nu$ で表されるエネルギーを持った粒子の集まりのように振る舞う。

この粒子のことを光量子あるいは光子(photon)と呼ぶ。

（注）hはプランク定数と呼ばれる。



光の粒子説の復権！

ド・ブロイの物質波 (1924)

運動する粒子（質量m, 速度v）は波のように振舞う.

（粒子の波動性）

物質波の波長 $$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

$p = mv$ 運動量

L. de Broglie
(1892-1987)

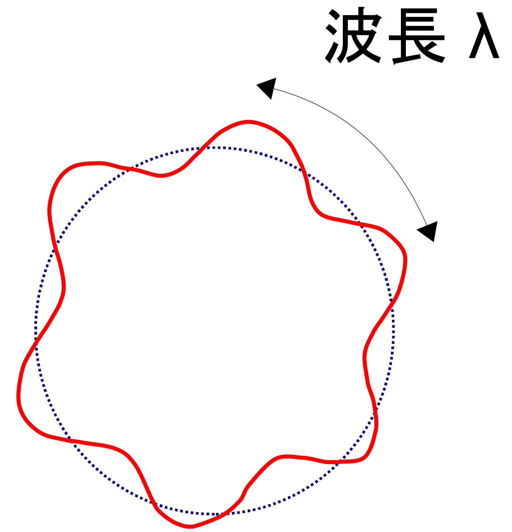
ボーアの量子化条件の意味

量子化条件 $$L(=mrv)=n\hbar \quad \therefore \quad 2\pi r=\frac{2\pi n\hbar}{mv}=\frac{nh}{mv}$$

$$(n=1,2,3,\cdots)$$

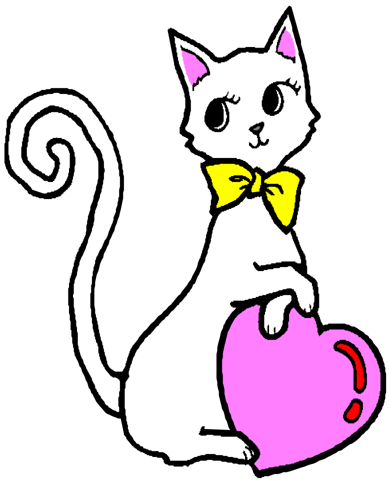
物質波 $$\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{h}{p}$$

$$2\pi r=n\lambda$$



定常波が軌道上にできる条件

5.　猫は生きているか？



シュレディンガーの波動方程式 (1926)

E. Schrödinger
(1887-1961)

ニュートンの運動方程式に代わる新しい基本方程式。

物質波の運動を記述。

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r},t)$$

$\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$ プランク定数

m 粒子の質量

$V(\vec{r})$ 位置エネルギー

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$\psi(\vec{r},t)$ 波動関数

時刻 t, 位置 $\vec{r}=(x,y,z)$ の関数

$|\psi(\vec{r},t)|^2$ 「時刻 t, 位置 $\vec{r}$ において，その粒子を発見する確率密度である」

（広義の）コペンハーゲン解釈）

(注1)　偏微分 ---- 多変数関数の微分.

$$\frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t}$$

変数 x, y, z は定数であるとみなして 変数 t について微分する

例えば，$\psi(x, t) = x^2 + 2xt + t^2$　のとき

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = 2x + 2t$$

(注2)

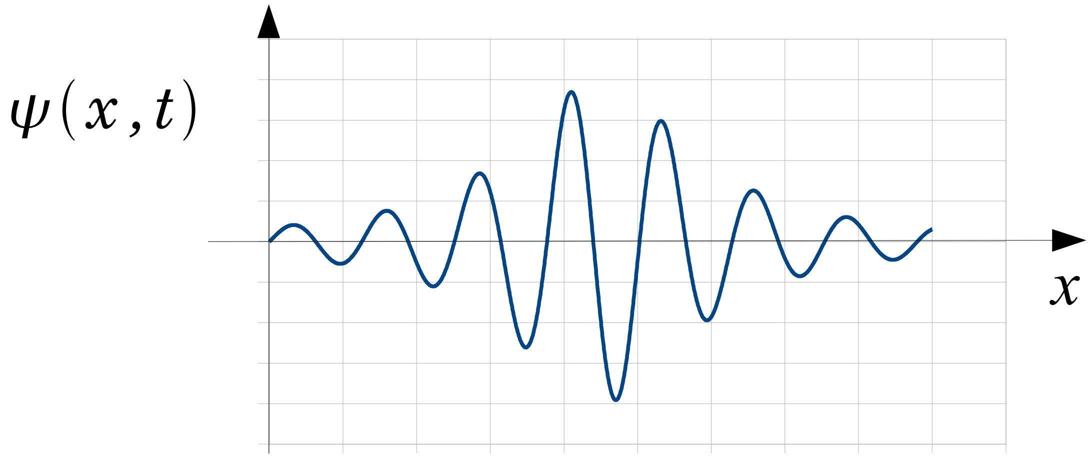
$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r},t)$$

$$=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r},t)$$

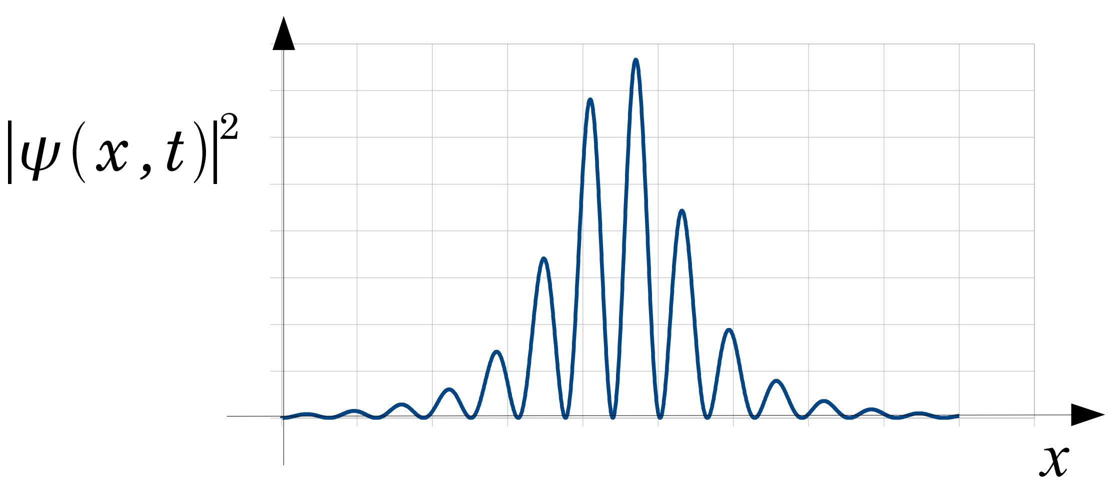
$$=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi(\vec{r},t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi(\vec{r},t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi(\vec{r},t)}{\partial z^2}\right)+V(\vec{r})\psi(\vec{r},t)$$

コペンハーゲン解釈

ある時刻 t における波動関数



ある時刻 t における確率密度



私たちは，粒子の
存在確率の空間分布を
シュレディンガー方程式を
解くことにより知ることができる．

ホントに粒子がそこに存在するかどうかは観測してみないと判らない

Newtonの運動方程式

$$\vec{F} = -\nabla V(\vec{r})$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

粒子の位置座標の時間発展を記述

Schrödingerの波動方程式

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}, t)$$

粒子の存在確率の空間分布を表す波動関数（状態関数）の時間発展を記述

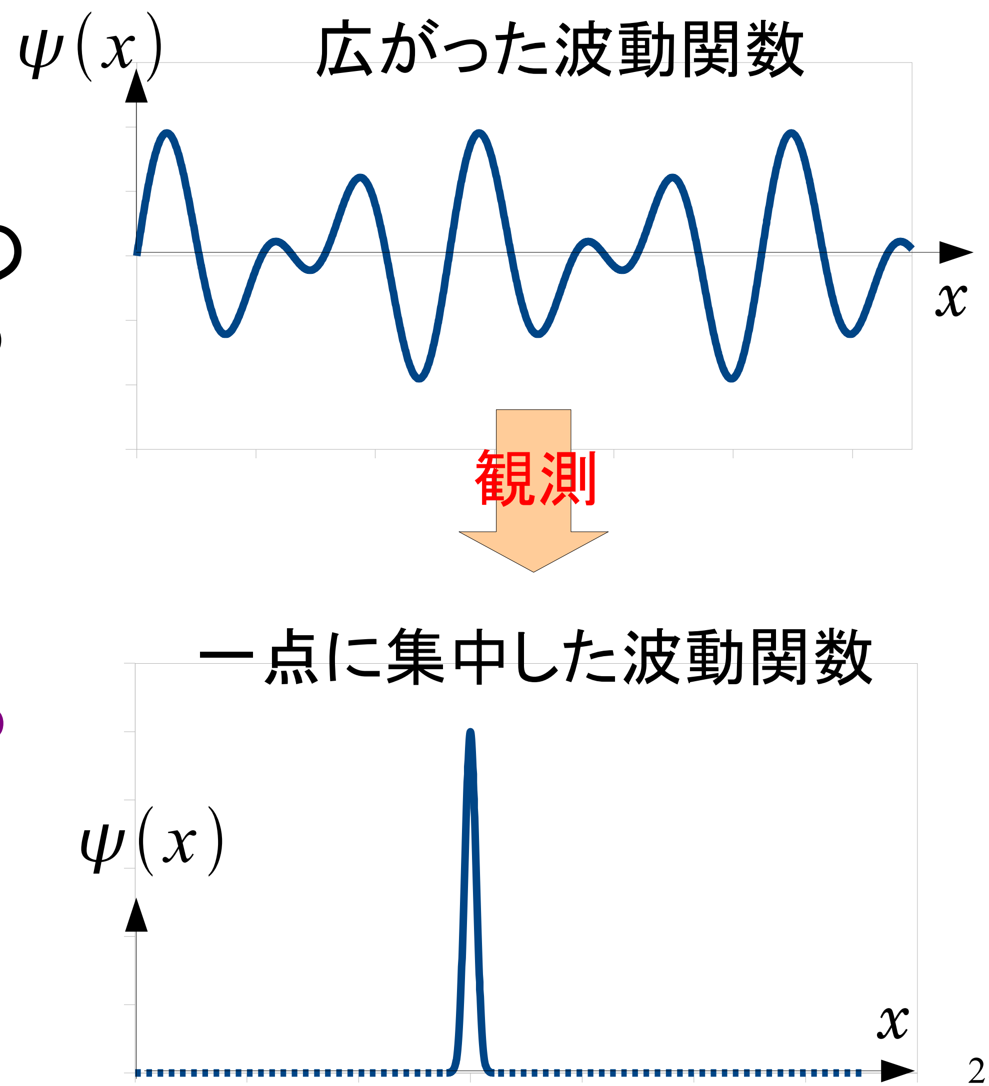
コペンハーゲン解釈

$\left|\psi(\vec{r},t)\right|^2$ 「時刻t、位置$\vec{r}$にその粒子を発見（観測）する確率密度である」

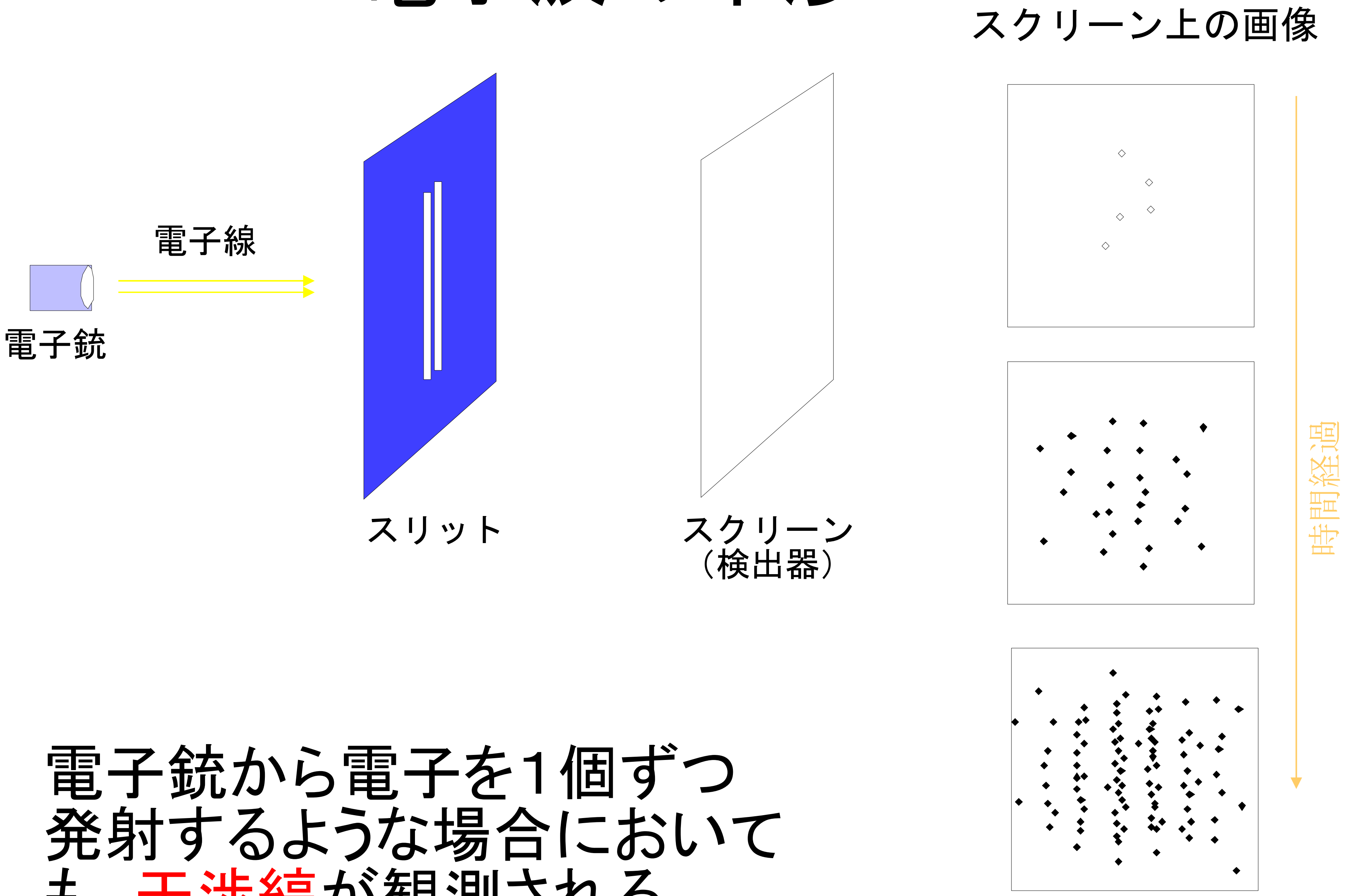
観測

例えば，電子を観測するとき，観測されるのは常に1個単位の電子であり，確率が30%であるからといって0.3個の電子が観測されるわけではない．

観測により，波動関数が収縮する



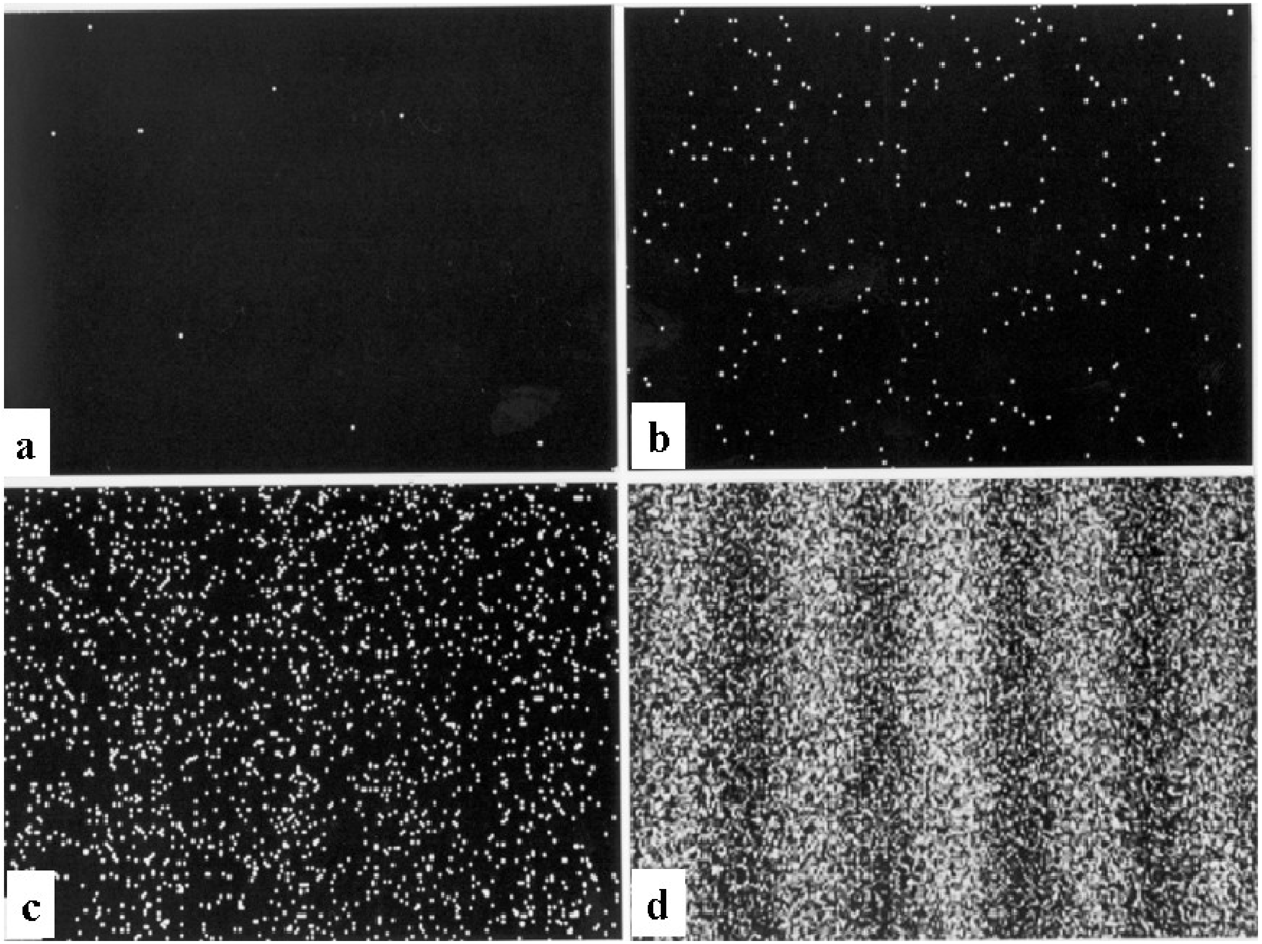
電子波の干渉



電子銃から電子を1個ずつ発射するような場合においても、干渉縞が観測される。

干渉縞　→　波の特徴

電子の二重スリットの検証実験

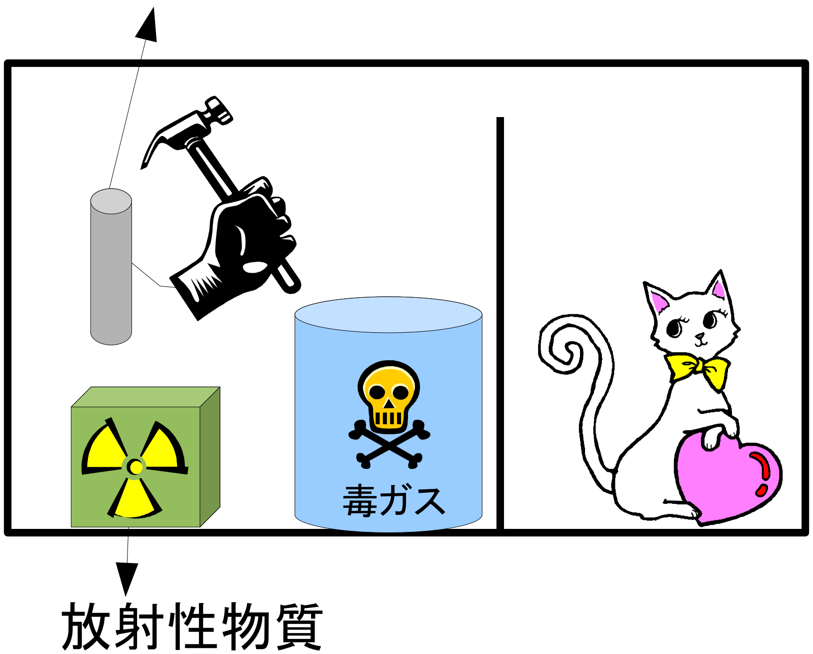


株式会社日立製作所 フェロー 外村 彰 氏

電子の二重スリットの検証実験 電子は、1ヶ1ヶ送られ、二重スリット(電子線バイプリズム)を通った後、検出される((a)と(b))。電子はどちらかのスリットを通るに違いないと考 えられるが、電子が沢山積算されると、二重スリットの両側を同時に通って干渉した時に生じる干渉縞が観測される。電子は、いつも1ヶの粒子として検出されるが、2つのスリットを同時に通っているに違いない。

http://utsusemi.nims.go.jp/japanese/mailmag/2003/009a.html

シュレディンガーの猫



放射性物質はある確率でα粒子を放出

↓

検知器がα粒子を検知すると，毒ガスを放出

↓

猫は毒ガスにより死ぬ

例えば，放射性物質がα粒子を1時間以内に放出する確率が50%であるとする

果たして，1時間後の猫の状態は？

今日のポイント

- 電磁波や物質には「粒子性」と「波動性」が備わっている.

- シュレディンガー方程式がすべての基本方程式

  - 波動関数の絶対値の2乗は，その物質の存在確率を与える.

    観測することで，その粒子がそこに存在するか
    どうかが分かる.

  ⇒ 自然は，本質的に「非決定論的」である

  （多分，） ラプラスの悪魔は存在し得ない

- 原子がなぜ安定に存在するかは，
  シュレディンガー方程式を解くことにより理解できる.