

科学先取り岡山コース 高校先取り (物理分野)

物理の中でも運動を取り扱うときに重要な考え方として座標、ベクトルの考え方があります。それらについての説明です。

物体の運動は物体の位置の変化について考えることです。まず位置の示し方について見ます。私たちが日常の会話の中で位置を考えるのはどのようなときか、例を示して見ます。

例1 岡山大学は北緯 34 度 41 分 19 秒，東経 133 度 55 分 30 秒にあります。

例2 岡山大学は岡山駅から北 2.5 km にあります。

例3 岡山大学は岡山市津島中 3 丁目 1-1 にあります。

例4 岡山大学の図書館は西門の正面にあります。

このように位置を示すには色々な方法がありますが、誰にでも分かるように示すには例1のように緯度・経度で示します。

例2, 3, 4は基準になる岡山駅、住所名、西門がわからないと相手に伝わりません。緯度、経度で示すのはイギリスのロンドン郊外にあるグリニッジ天文台を経度0度、赤道を緯度0度とする座標で示します。

座標の考え方はフランスの数学者・哲学者のデカルトによって作られ、直交軸を座標軸とするものをデカルト座標と呼びます。

空間の位置を示すには3本の直交軸 (x, y, z 軸) が必要です。このことから空間は3次元空間と呼び、その位置を x, y, z の値で示します。

面上の運動は2本の軸、線上の運動は1本の軸で示すことができます。このため2次元、1次元と呼びます。

原点の位置、軸の方向のとり方により座標の取り方は色々あります。簡単な例として下図のようなものです。

図のような原点を A, B, C とする3つの座標 A, B, C について点 P の位置の表し方を考えて見ます。ひとつの点の位置が色々な座標で示されます。座標の取り方でどのような違いがあるか？ベクトルの考え方で説明してみます。

座標 A において P 点はベクトル \vec{AP} で示されます。このように位置を示すベクトルを特に位置ベクトルと呼びます。このベクトルを成分表示すると $\vec{AP} = (P_{Ax}, P_{Ay})$ このとき文字の持つ意味は点 P の A 座標における x 成分, y 成分を示す。(成分とはベクトルの x 方向の大きさ, y 方向の大きさをしめす。)

座標 B では P 点はベクトル \vec{BP} で示されます。またこのベクトルを成分表示すると $\vec{BP} = (P_{Bx}, P_{By})$ このとき文字の持つ意味は点 P の B 座標における x 成分, y 成分を示す。

座標 C では P 点はベクトル \vec{CP} で示されます。またこのベクトルを成分表示すると $\vec{CP} = (P_{Cx}, P_{Cy})$ このとき文字の持つ意味は点 P の C 座標における x 成分, y 成分を示す。

また、 \vec{AP} の長さをベクトル \vec{AP} の大きさといい $|\vec{AP}|$ で示しその大きさは3平

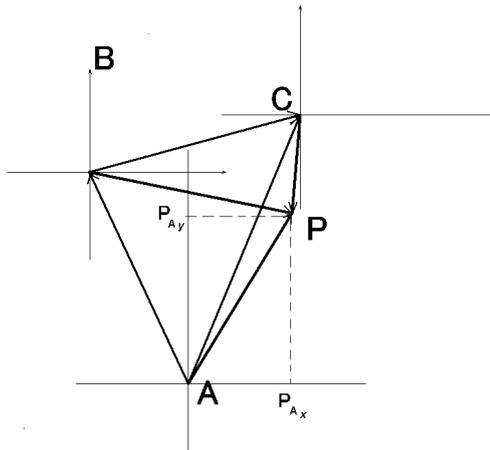


図 1:

方の定理より

$$AP = |\vec{AP}| = \sqrt{P_{Ax}^2 + P_{Ay}^2} \quad (1)$$

となる.

座標軸の向きも色々考えられますがここでは水平方向 x 軸, 鉛直方向を y 軸とします. (もし軸が傾いているとベクトルの成分は変わりますがベクトルの大きさは変化しません.)

では簡単な例をして見ます.

図 1 のような点 P の座標 A での位置ベクトルは $\vec{AP} = (5, 7)$

点 P の座標 B での位置ベクトルは $\vec{BP} = (10, -2)$

点 B (座標 B の原点) の座標 A での位置ベクトルは $\vec{AB} = (-4, 9)$ である.

ベクトルの和

点 A から点 B に移動した後に点 P に移動したとき点 A から P 点を見る. このような時ベクトルの和で示します. $\vec{AB} + \vec{BP} = \vec{AP}$ のように表されます.

このことを成分であらわすと

$$\begin{aligned} \vec{AP} &= \vec{AB} + \vec{BP} \\ &= (-4, 9) + (10, -2) \\ &= (-4 + 10, 9 - 2) \end{aligned}$$

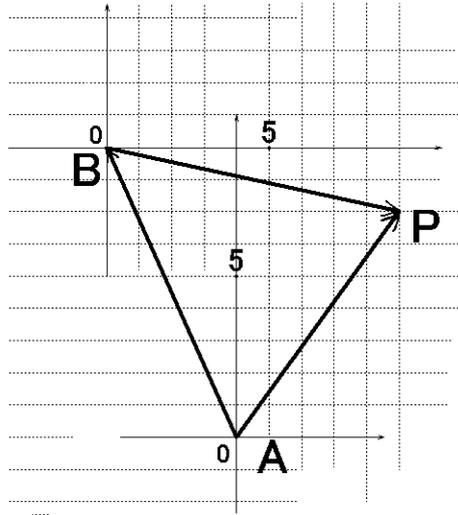


図 2:

$$= (5, 7)$$

ベクトルを始点-終点の文字で表すことが多いが一文字で示すことも多い。そのとき \vec{A} , \mathbf{B} , \mathbf{r} のように文字の上に矢印を書いて示したり、太文字であらわし、普通の量とは違うことを示します。(高校では矢印をつけますが、大学など専門的には太文字を使うことが多いです)
成分表示ではベクトルの和は次のように書き表される。

$$\vec{A} = (Ax, Ay)$$

$$\vec{B} = (Bx, By)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (Ax, Ay) + (Bx, By)$$

$$= (Ax + Bx, Ay + By)$$

ベクトルの色々な性質をまとめてみる。

- ベクトルの大きさは矢の長さで示す。
- ベクトルの大きさを <ベクトルの絶対値> と言う。
- ベクトルを平行移動させても成分は同じである。このときベクトルは同じという。
- 位置ベクトルのときは始点は原点にする。または明示する。

例 点 A の位置ベクトル (始点は原点), 点 B から見た位置ベクトル \overrightarrow{BP} (始点は B) 今まで座標 A , 座標 B と区別してたが同じ座標で扱うことができる. 成分は始点がどこであろうと同じである.

ベクトルの正負

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ 向きが逆のベクトルは正負の関係にある.

$$\vec{A} = (A_x, A_y)$$

$$-\vec{A} = -(A_x, A_y)$$

$$= (-A_x, -A_y)$$

ベクトルのスカラー倍 (普通の数との積)

$$a\vec{A} = a(A_x, A_y)$$

$$= (aA_x, aA_y)$$

ベクトルの方程式

$$\vec{A} + \vec{X} = \vec{B}$$

のとき

$$\vec{X} = \vec{B} - \vec{A}$$

普通の文字式のように移項、計算ができる.

位置ベクトルと一般のベクトルの違いがはじめのうちはわかりにくいですが色々使い方をすると違いがはっきりしてくるのであせらなくてよい.

ベクトルの計算練習

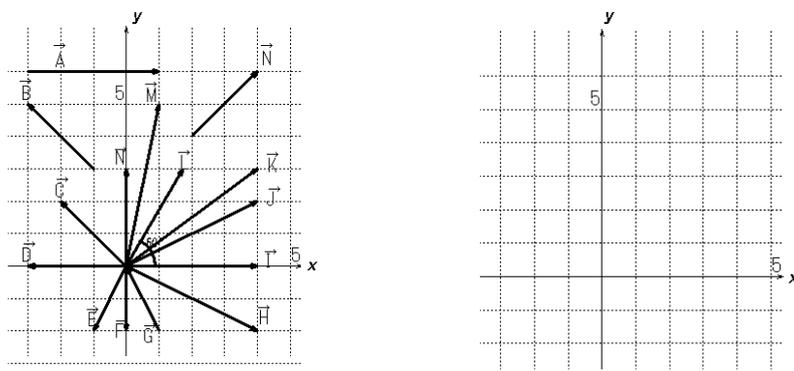


図 3:

[A]

次のベクトルの成分とその大きさを示せ.

- $\vec{A} = (\quad , \quad), |\vec{A}| =$
- $\vec{B} = (\quad , \quad), |\vec{B}| =$
- $\vec{C} = (\quad , \quad), |\vec{C}| =$
- $\vec{D} = (\quad , \quad), |\vec{D}| =$
- $\vec{E} = (\quad , \quad), |\vec{E}| =$
- $\vec{F} = (\quad , \quad), |\vec{F}| =$
- $\vec{G} = (\quad , \quad), |\vec{G}| =$
- $\vec{H} = (\quad , \quad), |\vec{H}| =$
- $\vec{I} = (\quad , \quad), |\vec{I}| =$
- $\vec{J} = (\quad , \quad), |\vec{J}| =$

- $\vec{K} = (\quad , \quad), |\vec{K}| =$
- $\vec{L} = (\quad , \quad), |\vec{L}| =$
- $\vec{M} = (\quad , \quad), |\vec{M}| =$
- $\vec{N} = (\quad , \quad), |\vec{N}| =$

[B]

次のベクトルを図示しなさい.

$$\vec{A} = (-4, 4) \tag{2}$$

$$\vec{B} = (0, 4) \tag{3}$$

$$|\vec{C}| = 5, C_x = 4 \text{ のベクトル} \tag{4}$$

$$\vec{D} \text{ は大きさが } 5, \text{ 向きが } x \text{ 軸からの角度が } 45^\circ \tag{5}$$

[C] 次のベクトルの計算を下さい。座標の中に書き込んで図でも考えてみましょう。

$$\vec{A} = (1, 4) \quad (6)$$

$$\vec{B} = (3, 2) \quad (7)$$

$$\vec{C} = (-5, 3) \quad (8)$$

$$\vec{D} = (-2, -2) \quad (9)$$

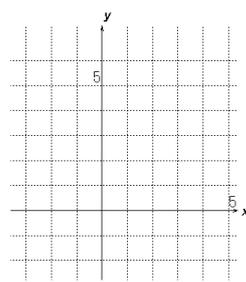
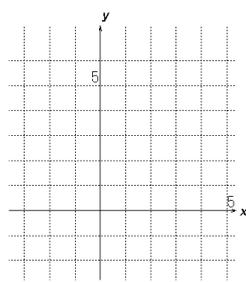
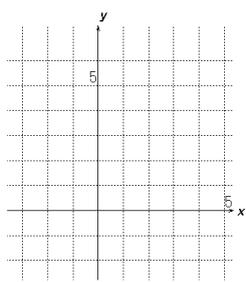
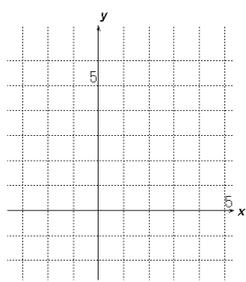
のとき

$$\begin{aligned} \vec{A} + \vec{B} &= \\ &= (\quad , \quad) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \vec{C} + \vec{D} + \vec{A} &= \\ &= (\quad , \quad) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \vec{A} - \vec{B} &= \\ &= (\quad , \quad) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \vec{A} + \vec{X} &= \vec{D} \\ \vec{X} &= (\quad , \quad), \end{aligned} \quad (13)$$



ベクトル、成分、座標という言葉に早く慣れてください。内容は難しいものではないです。はじめて聴く言葉なのでなじむまで苦労すると思いますががんばってください