

新しい世界への挑戦 — 量子力学と物性入門 —

岡山大学大学院自然科学研究科 原田 勲 (2013.08.10)

1. 量子力学入門

量子力学の世界では、“もの”は2重の性質、即ち波動的性質と粒子的性質を併せ持つことが本質です。これは当時の人にとって（今の人にとっても！）大きな驚きで、“もの”を記述する理論はこの事実を如何に取り入れるかが大問題で、多くの人が悩み続けました。

解決の流れを作ったのはド・ブロイで、彼の博士論文においてアインシュタインの光量子仮説”光は波動的性質と共に光子と呼ばれる粒子としての性質も合わせ持つ”を参考に、”動いている粒子は全て波としての性質を併せ持つ”と主張しました。光量子仮説によれば、通常、波と思われてきた光が実は粒子、すなわち光子としての側面を持つのです。ド・ブロイは、光を粒子として考えた時の運動量 p およびエネルギー E を波と考えた時の振動数 ν 、波長 λ 、光速 c 、プランク定数 h 、及び $\hbar = h/2\pi$ を用いて

$$p = h\nu/c = h/\lambda = \hbar k \Rightarrow mv$$

$$E = h\nu = \hbar\omega \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2$$

の様にそれぞれの物理量を関連付けました。これで波動と粒子という相容れない物理量の対応は付きましたが、次はそれらをいかに理論的枠組みとして構築するかが問題です。

量子力学は、上に述べたド・ブロイの考え方を包括した理論として、次のような流れで定式化されてゆきました：

波動論において、自由な波の波動関数 ψ は次のような平面波で書かれることが知られています：

$$\psi = A \exp i(kx - \omega t).$$

この波の状態を表す波動関数から、ド・ブロイが定義した運動量 $p = \hbar k$ 、エネルギー $E = \hbar\omega$ を導くには、運動量、エネルギーにそれぞれ次の様な演算子を対応させればよいことは容易に推測できます：

$$p = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$$

$$E = -\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dt}$$

これらの考察を基に、量子力学では運動量 p やエネルギー E のような物理量は演算子として与え、それらの観測値とは区別します。物理量は観測される値ではなく、全て演算子で書かれるものとするのです。観測値は、それらの演算子を特定の状態に演算し、その結果を用いて平均した量と定義します。波動関数 ψ は、波動としての性質を持ち、“もの”の特

定の状態の情報をすべて内包します。これらの理論構造により、“もの”は2重の性質、即ち波動的性質と粒子的性質を併せ持つことが可能となるのです。でも、“物理量は演算子”と言われても、なかなかピンとはきませんね。ゆっくり時間をかけて味わってください。1つ、この波動関数を記述するために複素数は本質的な役目を果たすことを注意しておきます。

“もの”の状態を表す波動関数 ψ はシュレディンガー方程式と呼ばれる“固有値問題”として次のように書かれます：

$$H\psi_n = E_n\psi_n$$

ただし、 H はハミルトニアンと呼ばれる演算子で、古典力学で定義される全エネルギー（=運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ +ポテンシャルエネルギー U の和）を先に示した演算子で書き換え

たもので $H = \frac{p^2}{2m} + U(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x)$ と書けます。従って、“もの”の全エネルギーの観測値 E は、特定な状態を表す波動関数 ψ_n の平均として

$$E_n = \int \psi_n^* H \psi_n dv : 1 = \int \psi_n^* \psi_n dv$$

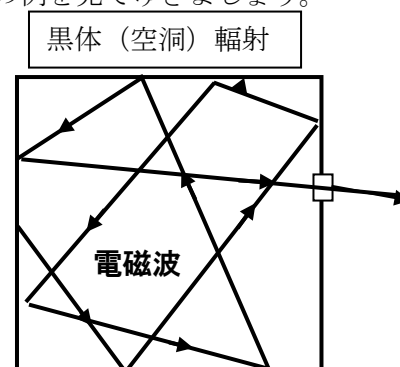
と書けます。ここで、 ψ_n^* は ψ_n の複素共役です。

このように、物理量を演算子と観測値に分離することにより、波動方程式（シュレディンガー方程式）を解いて求められる波動関数 ψ が常に波動的性質を受け持つこととなります。波動関数の絶対値の2乗は粒子の存在確立を表し、粒子の2重性はこのように理論の中に取り入れられました。

この様な『量子力学』により解釈可能な量子現象は、不確定性関係やエネルギー準位の離散性化など量子力学特有の様々な性質に起因し、私たちにとって、“超常性”の世界です。ミクロな電子の振る舞いによりもたらされる超伝導などの性質は、物性分野と呼ばれる領域であり、そこでは電子が主役です。今や電子一つ一つが制御できる時代となり、それらが演じる量子現象は空想の世界のお話ではなくなり、私たちの身近な生活に様々な形で関与しています。携帯電話なども量子現象の塊です。以下、それらの例を見てゆきましょう。

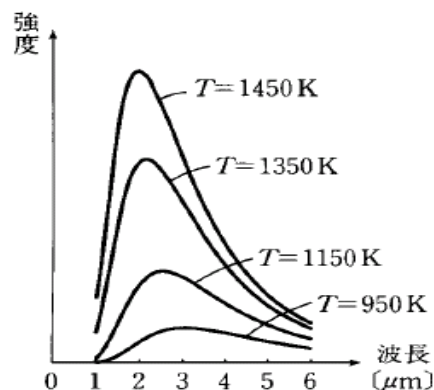
2. 量子力学の構築

“人間の血は赤い”、“備前焼の表面には赤く焼けた部分がある”、“岡山特産のベンガラは赤くて綺麗”。これらは、血に含まれるヘモグロビン中の鉄、備前焼やベンガラに含まれる酸化鉄などいずれも物質中の鉄イオンに起因する赤色です。物質中の鉄イオンの電子状態をミクロな立場から理解すれば、そしてミクロな世界を記述する『量子力学』を理解すれば、これらの現



象がすべて統一的に理解できるのです。もっとも、この量子現象を記述する『量子力学』が前にも述べたように概念的に難解であり、量子現象は私たちから見るととても非常識なのです[1]。

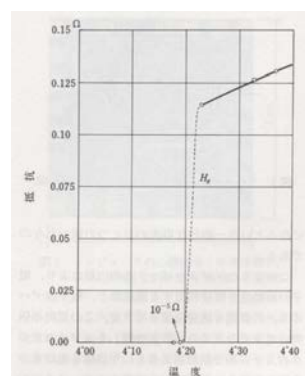
『量子力学』を導いたのは偉大な先人たちです：いずれも光が関与する現象ですが、まず、黒体からの輻射を解析して温度を決定することを提案し、その理論構成に大胆にも量子仮説を用いたのはプランク（右図参照）、金属表面に光を当てたとき飛び出す電子(光電子)について、光は粒子であるとして量子論的考察を行ったのはアインシュタイン、量子条件を仮定して水素原子の電子状態を求め、元素の輝線を説明したのがボーアであり、彼らはこれらの現象を理解するためにい



ずれも“量子仮説”を用いねばならなかったのです。量子仮説は、粒子のエネルギー状態が連続でなく飛び飛びのエネルギー準位を取ることを仮定するもので、一方では波と粒子の性質を併せ持つという古典物理学では考えられない奇妙な仮説に立たざるを得なかったのです。飛び飛びのエネルギー準位は、波動関数を決める方程式が固定端の振動と同じように特定の性質をもつもののみしか許されないからです。これらの現象は、1930年頃からボーア、シュレディンガー、ハイゼンベルグなどによって考察され、『量子力学』の理論構築へと向かい、これらの現象の基礎付けとその基礎理論の構築がなされたのです。通常は、ミクロな世界において量子力学的効果が顕著であるのですが、時にはマクロなスケールでも量子現象が現れます。その典型が超伝導現象なのです。

3. 超伝導

量子力学が認識される10年以上も前の1911年、ライデンのカーマリン・オーネス博士は、ヘリウムガスの液化(4.2K)に成功し、それを用いて研究室の大学院生に水銀(Hg)の電気抵抗の温度変化を測定するよう命じました。彼は早速、図にあるような結果を提出しましたが、オーネス博士はしばらく“電気抵抗がゼロになる”という結果を信じず、何度も何度も測定の繰返しを命じたとされています。それ位、“電気抵抗がゼロ”という結果は衝撃的であったことを物語っています。



でも、観測された電気抵抗0の状態は一体どのような状態なのでしょう？その理論的解釈を得るまでに、実に50年近くの歳月を要する物性の難問となったのです。1933年には完全反磁性を示すマイスナー効果が発見され、1962年には電子対が高いエネルギー状態をトンネルするジョセフソン効果が発見され、“超伝導”はマクロな系で起きる量子現象と確認され、華々しくデビューしたのです。

これらの超伝導現象を説明する BCS 理論が提出されたのは 1958 年で、バーディーン (B) を指導者とする、クーパー (C) と院生のシュリーファ (S) のグループです。この理論は、クーロン反発力を及ぼしあう電子 (フェルミオン粒子) 同士でさえ、格子振動を媒介すれば引力を及ぼすことが有り、それらの電子 (フェルミオン粒子) がペアーを組んでボソン粒子となり、それらのボソン粒子は巨視的な数 1 つの新しい巨視的量子状態 (超伝導状態) に落ち込んでエネルギーを安定化させることを解き明かしたのです。勿論、その基礎には「量子力学」とそれを包括した「量子統計力学」および多くの電子を扱う物性論が用いられています。その後、多くの研究者は実用的観点から超伝導状態を起こす臨界温度 (T_c : 超伝導状態になる温度) が高い様々な物質を探索し、超伝導の実社会への応用を夢見ましたが、1980 年頃まで特に際立った進歩は有りませんでした。

1987 年、スイスのベッドノルツとミュラーは銅酸化物の中から臨界温度が 30K に達する“高温”超電導物質を発見、その後すぐにアメリカのチューは元素の組み合わせを少し変え臨界温度が 90K の物質を発見し (それでも室温 300K には程遠いが)、超伝導研究の新たな局面を切り開いたのです。ベッドノルツとミュラーの功績は、それまでの研究者が物質探索対象を金属群に置いたのに対し、彼らは酸化物**絶縁体群**の中にその可能性を求めたことに有ると言えます。ガイシなどに使われる典型的なセラミックの中に超伝導体を発見したのですから。超伝導体は金属導体としての性質の極限、即ち抵抗が 0 の導体です。その様な中で、絶縁体とその変形の中に超伝導体の可能性を求めたことには驚かされます。何時の時代も、通常概念に捕らわれていると新たな発見には出会えません。しかし、一方、通常概念に反したことばかり行っていると、結局小さな成果さえもあげられないことが十分あることを覚悟すべきです。残念ながら、現在も高温超伝導の機構が完全に解明されたとは言い難いし、室温で超伝導になる物質が発見されてもいません。最近では、これまで超伝導と相性が悪いと思われていた磁石になる元素、鉄を含む酸化物に新しいタイプの超伝導体が発見され、岡山大学でも研究されています。若い人たちのこれまでの概念にとらわれない新たな提案が待たれているのです。

超伝導現象がこれほど話題になるのは、やはり応用上の有益さでしょう。もし、室温で超伝導現象を示す物質が発見されれば、1. 送電線に応用。送電中のロス (熱となって消失する分) が回避出来、原発などは不要。2. リニャーモーターカーが安価かつ低エネルギー消費の輸送手段として実現され、リニャーモーターカーによる高速鉄道網が実現。3. メモリーや CPU に使用されれば、熱放出の問題が解決されると共に、演算のより早いチップが開発される等々、ぱっと思いつくだけでもきりがありません。

4. その他の量子現象の例

量子現象の例も数限りありません。私たちが普段使用している携帯電話の中身は量子現象で満ちています。例えば、メモリーは電子一個一個を制御し、電子が居るか居ないかで、0, 1 を判断し、記憶しています。

変わったところでは、宇宙船 IKAROS (イカロス) [2] があります。イカロスはソーラーセイル (太陽帆) を所持し、差し渡し 20m にも及ぶ超薄膜の帆を広げ “太陽光圧” を受けて進む宇宙船です。ここでイカロスの推進に用いられている “太陽光圧” とは、太陽から来る光の圧力のことで、通常波と考えられている光ではその性能は発揮できませんが、光の粒子的側面をうまく利用しているのです。即ち、光がソーラーセルで跳ね返りその時光 (光子と呼ぶ)



の持つ運動量がソーラーセルに与えられイカロスが推進するというものです。これは、量子力学における光の波動性と粒子性の 2 重性を巧みに利用した考え方であり、イカロスの推進は量子論に裏打ちされていることになります。

5. まとめ

太陽のエネルギーをくみ上げる量子デバイスが出来れば、福島原発などにこれほど悩むことはなくなります。室温超伝導物質が発見されれば、現在の環境問題や地球温暖化問題解決にも大いに貢献できることは間違いありません。量子コンピュータが完成すれば……。他にも、自然界には私たちにとって “想定外” の有用な現象がまだまだ隠されているに違いありません。さあ、皆でロマンに満ちた “量子世界” の探検に旅立ちましょう！

[1] 量子力学 I 講談社基礎物理学シリーズ 6 原田 勲、杉山忠男

[2] ウィキペディア : <http://ja.wikipedia.org/wiki/IKAROS>